



LICEO "L. ARIOSTO"
PRESIDIO M@TABEL

DIPARTIMENTO DI
MATEMATICA

AGORÀ MATEMATICO

a.s. 2013-2014

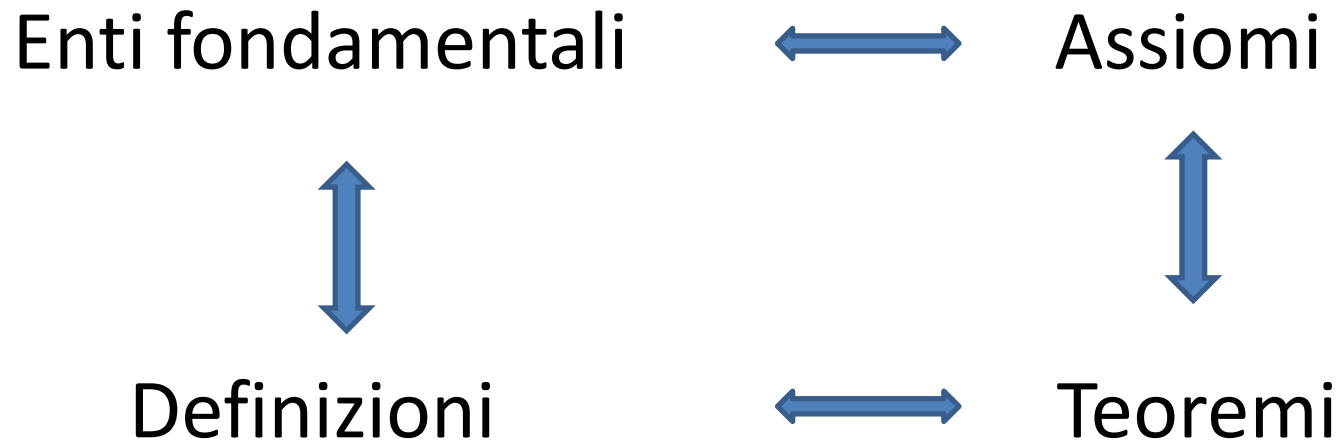
LE INSIDIE DELLA GEOMETRIA NEL LINGUAGGIO E NELLE COSTRUZIONI: I POLIGONI

Giuliana Gnani

Dipartimento di matematica e informatica

COSTRUZIONE DI UNA TEORIA: LA GEOMETRIA EUCLIDEA DEL PIANO

UN QUADRO TEORICO PER PENSARE LA GEOMETRIA ELEMENTARE



INTUIZIONE, ESPERIENZA E DEDUZIONE

- La geometria costruisce un *modello* dello spazio e dimostra le proprietà tramite *teoremi*
- Tre modi progressivi per conoscere lo spazio e quindi per articolare gradualmente *l'insegnamento della geometria*:

Da una geometria dell'osservazione alla geometria della dimostrazione con *l'intuizione, l'esperienza e la deduzione*

COSTRUZIONE DEL *LINGUAGGIO*

Gli enti fondamentali sono

punto, retta e piano

Di essi non si danno definizioni dirette ma proprietà espresse dagli assiomi.

Ricordiamo ad esempio l'assioma¹ :

Dati due qualunque punti distinti esiste una ed una sola retta che li contiene entrambi.

Perché questi assiomi e non altri?

Per il loro legame al mondo fisico. Ricordiamo che la geometria nacque come agrimensura

DEFINIZIONE

Dare la Definizione di Definizione ?????

Si tratta di una frase che introduce un **nuovo termine** per etichettare un concetto a partire dagli enti fondamentali o da altre definizioni note

Si parte perciò dalle definizioni di ***semiretta, segmento, semipiano, angolo, distanza, altezza***

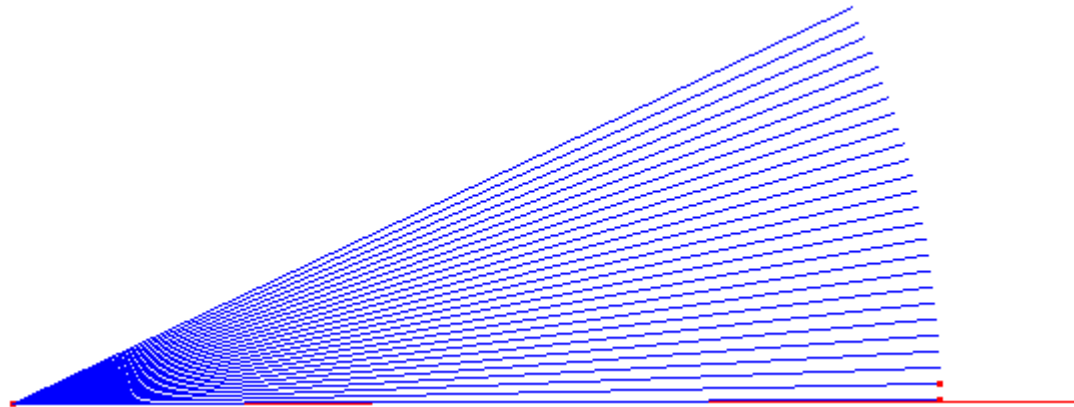
PARLIAMO DI *ANGOLO*

DEFINIZIONI A CONFRONTO

- Def.1. Si dice **angolo** una qualsiasi delle due parti in cui il piano viene suddiviso da una coppia(non ordinata) di semirette con origine comune
 - Def. 2 Si dice **angolo** l'intersezione di due semipiani le cui origini sono rette incidenti.
 - Le semirette vengono chiamate **lati** dell'angolo e il punto **vertice**
- In particolare se le semirette sono opposte si ottiene **l'angolo piatto** e se coincidono **l'angolo giro** e **l'angolo nullo** (def.1)
- In particolare si ottiene l'angolo piatto (def.2) se le rette coincidono e i semipiani sono coincidenti
- Come si ottiene l'angolo giro o l'angolo nullo? (vedi V.Villani,*Cominciare dal punto*)

QUALE DEFINIZIONE SCEGLIERE?

- La più semplice, completa, la più evidente...



ANCORA SUGLI ANGOLI

- Altri aspetti della nozione di angolo come
angolo orientato
angolo generalizzato (cioè con multipli di angoli giro)
angolo orientato generalizzato

E ancora

*angolo tra rette nello spazio, angolo tra retta e piano,
angolo diedro...*

Angolo retto

- Definizione. Si dice *angolo retto* la metà di un *angolo piatto*
- Prima deve essere data la definizione di..

Spesso riferendosi a rette si parla di retta orizzontale, di retta verticale, ma come ?

ESISTONO DEFINIZIONI SBAGLIATE?

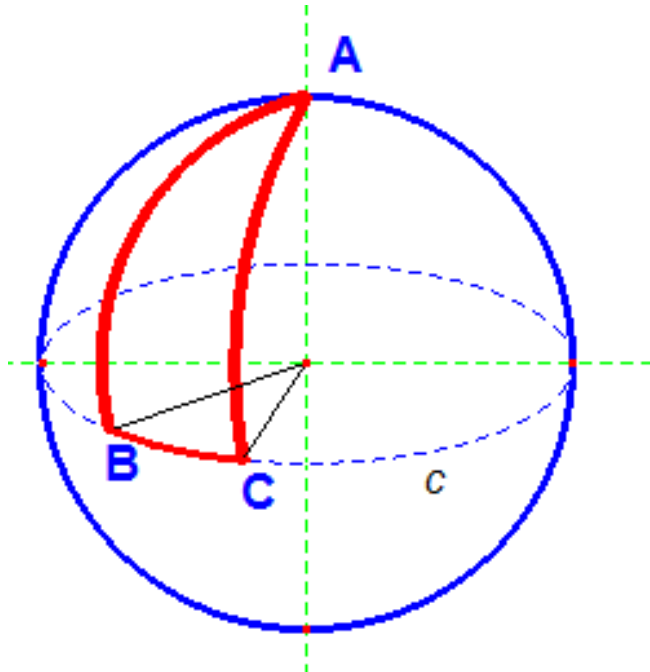
- Un triangolo si dice *birettangolo* (trirettangolo) se ha due (tre) angoli retti

La definizione è sbagliata?

Semplicemente **NON** è una definizione euclidea

Esistono altri mondi geometrici dove potrebbe essere individuato un oggetto di questo tipo?

IN UNO SPAZIO NON EUCLIDEO



La somma degli angoli di un triangolo sferico non è costante

Se si sposta il punto C sulla circonferenza c si «vede che la somma degli angoli del triangolo sferico ABC varia al variare della sua area.

COME DARE LE DEFINIZIONI O COME SCEGLIERE LA DEFINIZIONE DI FRONTE A PIÙ POSSIBILITÀ?

- Tenere *presente gradualità, semplicità, importanza dei risultati*

Esaminiamo alcuni esempi:

1. Dicesi *parallelogramma* un quadrilatero con i lati opposti paralleli
2. con i lati opposti uguali
3. con gli angoli opposti uguali
4. le cui diagonali si tagliano scambievolmente a metà
5. in cui il punto di intersezione delle diagonali è centro di simmetria
6. con i lati opposti uguali e gli angoli opposti uguali

LE DEFINIZIONI SONO SEMPRE **IL PUNTO DI ARRIVO** DI UNA INDAGINE E DI RIFLESSIONE

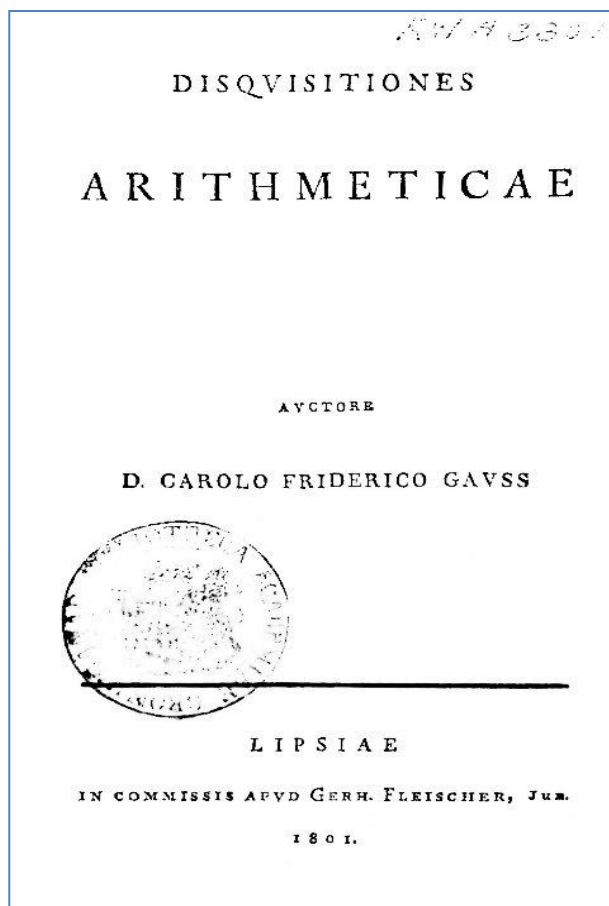
Altro esempio nell'ambito dell'aritmetica

1. Un numero naturale si dice numero primo se è divisibile solo per se stesso e per 1
2. maggiore di 1

La definizione generalmente accettata è la 2.:
per quale motivo?

Forse che la 1. **Non** è una definizione?

SCEGLIERE LA DEFINIZIONE TENENDO CONTO DELLE CONSEGUENZE



Conseguenza importante:

***Teorema fondamentale dell'aritmetica
o teorema di fattorizzazione unica***

*Ogni numero naturale maggiore di 1
può essere decomposto in un sol
modo (a parte l'ordine) in prodotto di
numeri primi*

NOZIONI COMUNI

ANCORA SULLE DEFINIZIONI: CONCETTO DI **UGUAGLIANZA** TRA FIGURE

Movimento(rigido) e uguaglianza(congruenza) piane fra figure

Il discorso sulla uguaglianza tra figure è complesso se si procede per via razionale. Noi procederemo in questo ambito in modo intuitivo utilizzando , come Euclide, un concetto **intuitivo** (**nozioni comuni**) quello di *Movimento rigido*.

I sottoinsiemi del piano si chiamano **figure**.

Osservazione: possiamo perciò utilizzare il linguaggio insiemistico

Due figure si dicono **uguali quando con un movimento rigido è possibile portare una di esse a coincidere punto per punto con l'altra**

Questa frase è una definizione?

Seguono le proprietà della uguaglianza, cioè la proprietà riflessiva, simmetrica e transitiva.

Osservazione: Uguaglianza o congruenza?

UNA NOZIONE COMUNE: L'ORDINAMENTO DELLA RETTA

- Tra le nozioni comuni compare l'ordinamento della retta.
- Il concetto di ordinamento è intuitivo e regolato da assiomi, che evidenziano che il verso individua una relazione d'ordine totale. Si tratta allora di fissare adeguati assiomi che traducono ad esempio la proprietà transitiva e la legge di tricotomia cioè...

In generale non si considera a livello medio un tal sistema di assiomi ma tale concetti sono accettati come intuitivi.

GLI ASSIOMI DI QUESTO GRUPPO DEFINISCONO IL CONCETTO «TRA»

- Per esempio nella definizione di segmento:
si dice *segmento* di estremi i punti A e B la parte di retta compresa **tra** A e B
- Vediamo almeno un applicazione
Primo criterio di uguaglianza (congruenza) dei triangoli

ALTEZZA

FORMULE DELLE AREE

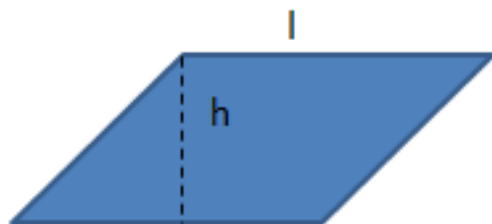
1. Di un triangolo
2. Di un parallelogrammo
3. *Perché non si parla di altezza in altri poligoni ?*

APPROFONDIMENTO

- **Il rombo come parallelogramma**

Come già sappiamo il rombo è un particolare parallelogramma che ha tutti i lati congruenti.

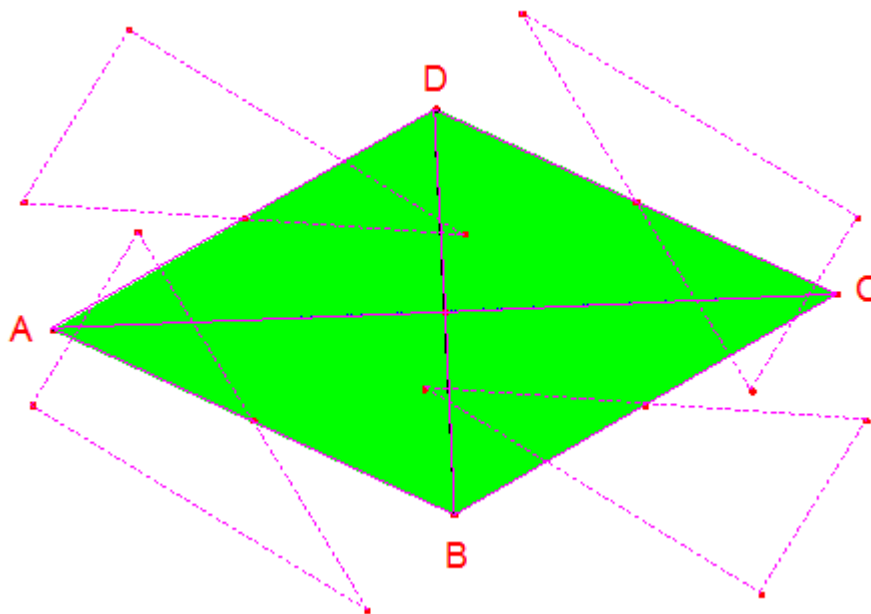
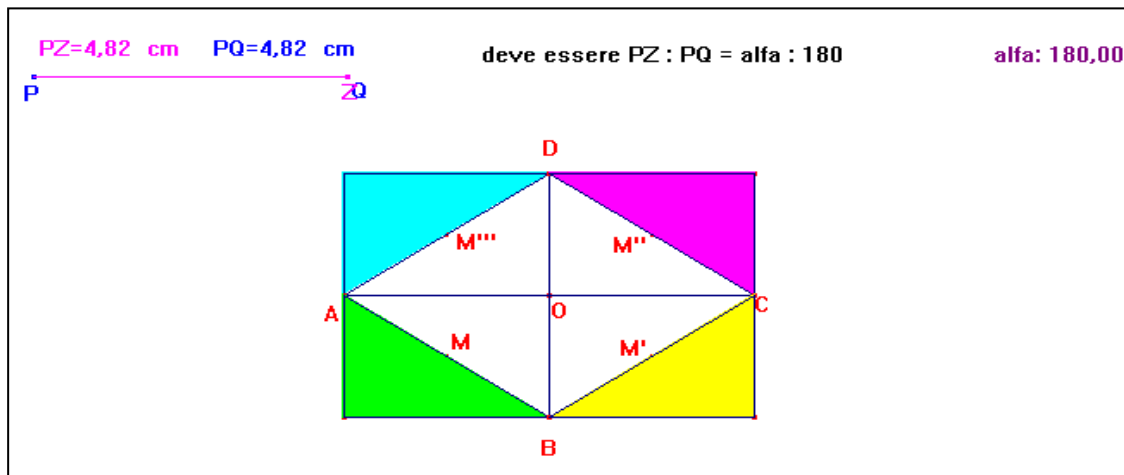
Possiamo quindi calcolare la sua area a partire da quella del parallelogramma.



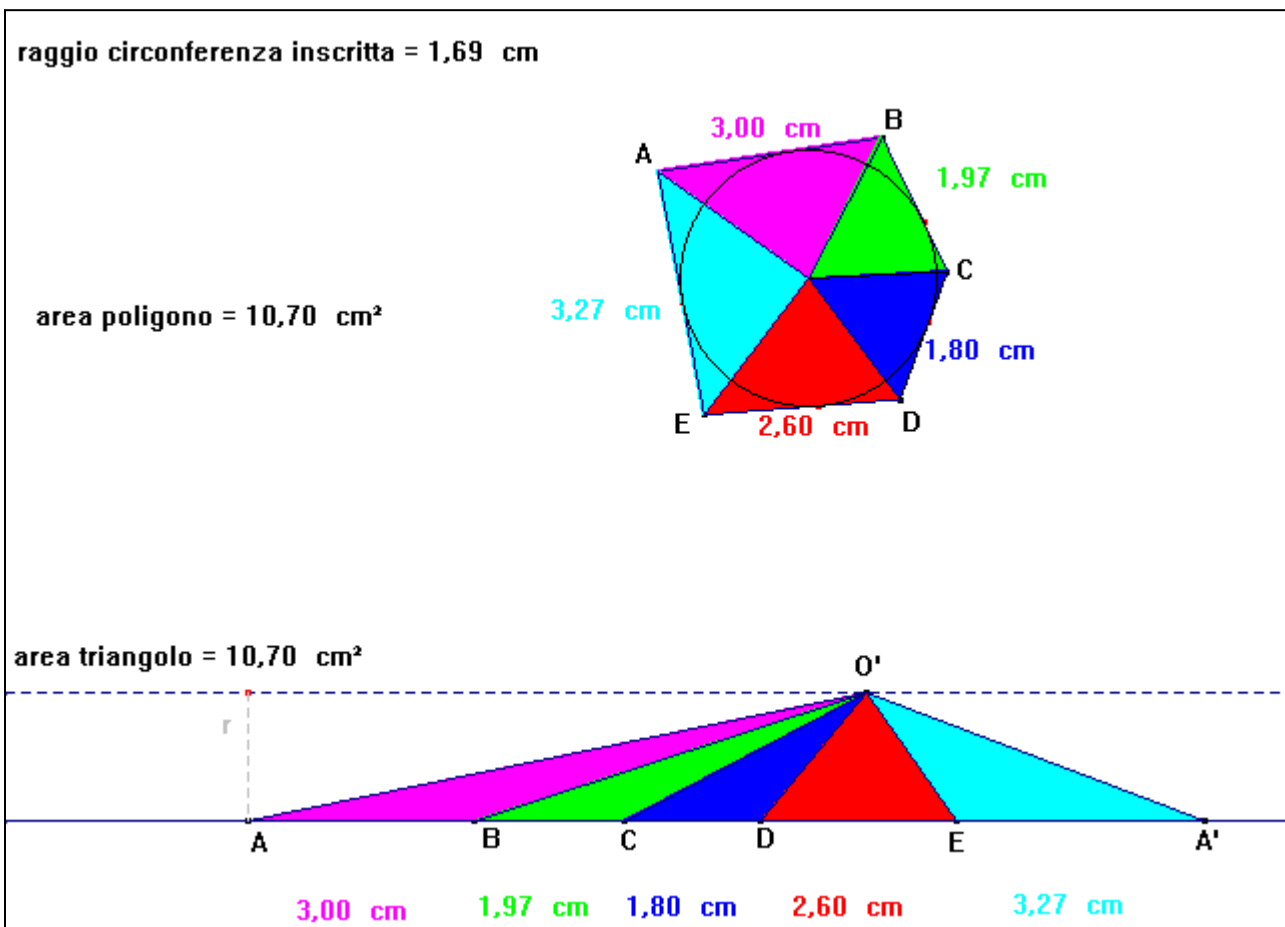
$$A = l \times h$$

$$l = \frac{A}{h} \quad h = \frac{A}{l}$$

ROMBO E RETTANGOLO



AREA DI POLIGONI CIRCOSCRITTIBILI A UNA CRF



COME OPERARE IN AMBITO GEOMETRIA INTUITIVA : E CON UNA GEOMETRIA ASSIOMATIZZATA? E CON UNA GEOMETRIA ASSIOMATICA FORMALIZZATA?

PROCEDERE CON GRADUALITÀ **DAGLI ENTI GEOMETRICI** VERSO IL CONCETTO DI MISURA(NUMERI) UTILIZZANDO MATERIALI E METODI DIDATTICI ADEGUATI ALL'ETÀ DEGLI ALLIEVI

DAL DISEGNO ALLA COSTRUZIONE:

È RILEVANTE COLLEGARE LE COSTRUZIONI GEOMETRICHE AI TEOREMI CHE LE GIUSTIFICANO. SOVENTE L'EVIDENZA DELLA FIGURA , CHE PURE PUÒ AIUTARE NELLE CONGETTURE, PUÒ ESSERE UN OSTACOLO ALLA DIMOSTRAZIONE.

E' ESSENZIALE DISTINGUERE QUINDI LA VERIFICA DI UNA PROPRIETÀ DALLA DIMOSTRAZIONE

APPROCCIO COSTRUTTIVISTA

La metodologia didattica può essere descritta con le parole di Martin Dougiamas, creatore della piattaforma Moodle, esperto in insegnamento a distanza e fautore delle teorie cosiddette costruttiviste:

“Una prospettiva costruttivista vede chi impara come attivamente impegnato nel creare significati, e l’insegnare con questo approccio significa ricercare quello che gli studenti possono analizzare, investigare, quello per cui possono collaborare, condividere, costruire e sviluppare su ciò che essi già sanno, piuttosto che ricercare quali fatti, abilità e processi essi possono ripetere meccanicamente. Per fare questo realmente, un insegnante ha bisogno di essere anche uno studente e un ricercatore, di sforzarsi per una più grande consapevolezza dell’ambiente e dei partecipanti in una data situazione di insegnamento allo scopo di adattare continuamente le sue azioni per impegnare gli studenti nell’apprendimento, usando il costruttivismo come guida”.

Dougiamas, M. (1999), *Moodle - A web application for building quality online courses*. <http://moodle.com/>

BIBLIOGRAFIA

- Cateni L., Fortini R., Bernardi C.(1989), *Il mondo geometrico*, Le Monnier, Firenze
- Castelnuovo E.(1962), *Geometria intuitiva*, La Nuova Italia, Firenze
- Castelnuovo E.(1963), *Didattica della matematica*, La Nuova Italia, Firenze
- Colombo Bozzolo C., Costa A.,(2004), *Nel mondo della geometria*, vol. 1,2,3, Erickson, Trento
- Speranza F. (1987), *La matematica per gli insegnanti di matematica*, Zanichelli, Bologna
- Villani V.(2006),*Cominciamo dal punto-Domande, risposte e commenti per saperne di più sui perché della Matematica(Geometria)*, Pitagora editrice, Bologna